Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Remédiation – Simplification de fractions

Rappel du principe de simplification

- Pour **simplifier** une fraction, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun non nul.
- Pour rendre une fraction **irréductible**, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur **plus grand commun diviseur** (PGCD).

Exemples

$\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$ La fraction a été simplifiée mais la nouvelle fraction n'est pas irréductible.

$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ La fraction a été simplifiée et la nouvelle fraction est irréductible.

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{12}{9} = \mathbf{\frac{4}{3}}$ $\frac{25}{35} = \mathbf{\frac{5}{7}}$ $\frac{-54}{42} = \mathbf{-\frac{9}{7}}$ $\frac{12}{25} = \mathbf{\frac{12}{25}}$ $\frac{-24}{36} = \mathbf{-\frac{2}{3}}$ $\frac{7}{12} = \mathbf{\frac{7}{12}}$

$\frac{-15}{18} = \mathbf{-\frac{5}{6}}$ $\frac{125}{-75} = \mathbf{-\frac{5}{3}}$ $\frac{55}{44} = \mathbf{\frac{5}{4}}$ $\frac{125}{120} = \mathbf{\frac{25}{24}}$ $\frac{40}{24} = \mathbf{\frac{5}{3}}$ $\frac{-500}{450} = \mathbf{-\frac{10}{9}}$

Signe d'une fraction et simplification

- Une fraction est positive si ses deux termes sont de même signe.
- Une fraction est négative si ses deux termes sont de signes différents.

Attention, quand tu simplifies une fraction, il faut veiller à rendre le dénominateur positif.

Exemples

$\frac{6}{-4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$ $\frac{-15}{-20} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ $-\frac{50}{-75} = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{-20}{30} = \mathbf{-\frac{2}{3}}$	$-\frac{-45}{-60} = \mathbf{-\frac{3}{4}}$	$\frac{121}{-55} = \mathbf{-\frac{11}{5}}$
$\frac{21}{-27} = \mathbf{-\frac{7}{9}}$	$\frac{72}{-16} = \mathbf{-\frac{9}{2}}$	$-\frac{-126}{81} = \mathbf{\frac{14}{9}}$
$-\frac{-30}{45} = \mathbf{\frac{2}{3}}$	$-\frac{-32}{-48} = \mathbf{-\frac{2}{3}}$	$\frac{320}{-240} = \mathbf{-\frac{4}{3}}$
$\frac{-36}{-54} = \mathbf{\frac{2}{3}}$	$\frac{-16}{20} = \mathbf{-\frac{4}{5}}$	$\frac{-150}{420} = \mathbf{-\frac{5}{14}}$

Fractions avec termes littéraux

- Le principe de simplification est le même.
- Pour déterminer le PGCD de facteurs littéraux, il suffit de multiplier les facteurs communs, chacun d'eux étant affecté de l'exposant le plus petit.

Exemples

$\frac{a^3b^5}{a^2b^7} = \frac{a}{b^2}$, car le PGCD des termes de la fraction est a^2b^5.

$\frac{a^3b^2c}{a^3b^3d^2} = \frac{c}{bd^2}$, car le PGCD des termes de la fraction est a^3b^2.

- Pour diviser les 2 termes de la fraction par leur PGCD, on peut également écrire les puissances sous forme de produits et barrer les facteurs communs.

Exemples (les facteurs communs sont en *italique*)

$$\frac{a^3b^5}{a^2b^7} = \frac{\boldsymbol{a.a}.a.\boldsymbol{b.b.b.b.b}}{\boldsymbol{a.a}.b.b.\boldsymbol{b.b.b.b.b}} = \frac{a}{b.b} = \frac{a}{b^2}$$

$$\frac{a^3b^2c}{a^3b^3d^2} = \frac{\boldsymbol{a.a.a.b.b}.c}{\boldsymbol{a.a.a.b.b}.b.d.d} = \frac{c}{b.d.d} = \frac{c}{b.d^2}$$

Dans chaque cas, détermine le PGCD des termes de la fraction, puis rends celle-ci irréductible.

$$\frac{ab}{bc} = \mathbf{\frac{a}{c}}$$

$$\frac{a^3b}{ab^5} = \mathbf{\frac{a^2}{b^4}}$$

$$\frac{a^2b^3c}{ab^3d^4} = \mathbf{\frac{ac}{d^4}}$$

$$\frac{-a^2bc^3}{a^2b^3c^2} = \mathbf{-\frac{c}{b^2}}$$

$$\frac{xy^3}{x^3y} = \mathbf{\frac{y^2}{x^2}}$$

$$\frac{x^2y^6}{x^6y^3} = \mathbf{\frac{y^3}{x^4}}$$

$$\frac{-xy^4}{x^3y} = \mathbf{-\frac{y^3}{x^2}}$$

$$\frac{x^3y^2z}{xyz^4} = \mathbf{\frac{x^2y}{z^3}}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = \mathbf{\frac{1}{a^3}}$$

$$\frac{x^4}{x^2} = \mathbf{x^2}$$

$$\frac{ab}{a^2b^3} = \mathbf{\frac{1}{ab^2}}$$

$$\frac{a^6b^3}{a^2b^3} = \mathbf{a^4}$$

$$\frac{6x^2}{9x^3} = \mathbf{\frac{2}{3x}}$$

$$\frac{-8x^3}{12x^5} = \mathbf{-\frac{2}{3x^2}}$$

$$\frac{-24x}{-36x^4} = \mathbf{\frac{2}{3x^3}}$$

$$\frac{25xy^2}{35xy} = \mathbf{\frac{5y}{7}}$$

$$\frac{-18x^4y^5}{27x^5y} = \mathbf{-\frac{2y^4}{3x}}$$

$$\frac{49x^2y^3}{-21x^2y} = \mathbf{-\frac{7y^2}{3}}$$

$$\frac{-5a^3b}{15ab^4} = \mathbf{-\frac{a^2}{3b^3}}$$

$$\frac{-16a^4b}{-24a^6b^3} = \mathbf{\frac{2}{3a^2b^2}}$$

$$\frac{-9a^2b}{-27a^2b} = \mathbf{\frac{1}{3}}$$

Simplification de fractions – Procédé pratique

o En pratique, il est plus facile de déterminer le PGCD des facteurs numériques, puis celui des facteurs littéraux (puissances) base par base.

Exemple

$$\frac{12a^3b^5}{18a^4b^2} = \frac{12}{18}\boxed{\frac{a^3}{a^4}}\frac{b^5}{b^2} = \frac{2}{3}\cdot\boxed{\frac{1}{a}}\cdot\frac{b^3}{1} = \frac{2b^3}{3a} \qquad \frac{45a^2b^2}{75a^2b^6} = \frac{45}{75}\boxed{\frac{a^2}{a^2}}\frac{b^2}{b^6} = \frac{3}{5}\cdot\boxed{\frac{1}{1}}\cdot\frac{1}{b^4} = \frac{3}{5b^4}$$

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$\frac{3a^5}{2a^3} = \mathbf{\frac{3a^2}{2}}$ $\qquad \frac{-6ab^3}{2ab^6} = \mathbf{-\frac{3}{b^3}}$ $\qquad \frac{-a^2bc^4}{6a^3c^6} = \mathbf{-\frac{b}{6ac^2}}$

$\frac{-12a^5}{16a^3} = \mathbf{-\frac{3a^2}{4}}$ $\qquad \frac{ab^4}{-a^3b} = \mathbf{-\frac{b^3}{a^2}}$ $\qquad \frac{-12a^5b}{16a^3b^3} = \mathbf{-\frac{3a^2}{4b^2}}$

$\frac{-14x^3}{21x} = \mathbf{-\frac{2x^2}{3}}$ $\qquad \frac{-4xy^2}{6xy^3} = \mathbf{-\frac{2}{3y}}$ $\qquad \frac{-4a^2bc}{-12ab^2c^2} = \mathbf{\frac{a}{3bc}}$

$\frac{18a^5}{9a} = \mathbf{2a^4}$ $\qquad \frac{-6a^5b^2}{-3ab} = \mathbf{2a^4b}$ $\qquad \frac{6a^2bc^3}{-9ab^3c} = \mathbf{-\frac{2ac^2}{3b^2}}$

Simplifions avec prudence

Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

$\frac{3\,.\,7}{7\,.\,11} = \mathbf{\frac{3}{11}}$ $\qquad \frac{abc}{ab} = \mathbf{c}$

$\frac{(8\;+\;3)\,.\,5}{4\,.\,(9\;+\;2)} = \mathbf{\frac{11\,.\,5}{4\,.\,11}} = \mathbf{\frac{5}{4}}$ $\qquad \frac{a\;+\;b\;+\;c}{a\;+\;bc} =$

$\frac{8+7}{8\,.\,7} = \mathbf{\frac{15}{56}}$ $\qquad \frac{(a\;+\;b)\,.\,c}{(a\;+\;b)\,.\,d} = \mathbf{\frac{c}{d}}$

$\frac{8\,.\,25}{50\,.\,24} = \mathbf{\frac{1.1}{2.3}} = \mathbf{\frac{1}{6}}$ $\qquad \frac{a\;+\;b\,.\,c}{a\,.\,b\;+\;c} =$

$\frac{(6+3)\,.\,7}{7\,.\,(9+3)} =$ $\qquad \frac{a\;-\;2}{6a} =$

$\frac{-6\;+\;18}{-10\;+\;12} = \mathbf{\frac{12}{2}} = \mathbf{6}$ $\qquad \frac{-2a}{6a} = \mathbf{-\frac{1}{3}}$

Le nouvel Actimath 2 – Chapitre 8 – Activité 7 p. 158
Le nouvel Actimath 2 – Chapitre 8 – Exercices complémentaires Série A : 15 à 19 p. 163 et 164